

IMPORTANTE

1. → Organize-se, guardando cada lista de exercícios que receber durante o ano, em pasta colecionadora.
2. → Se faltar à aula, procure o professor para registrar o recebimento dos exercícios.
3. → Você receberá exercícios extras que, por serem pequenos, deverão ser colados em seu caderno. Ex.: sudoku, desafios de lógica, charadas, etc.
4. → **TRAZER ESTE MATERIAL DIDÁTICO EM TODAS AS AULAS DE LÓGICA.**

Caro(a) aluno(a):

O nosso lema “aula dada, deve ser aula estudada” deve ser colocado em prática. Dica: comprometa-se em tentar fazer todos os exercícios passados em sala e os de casa, pois assim você logo perceberá quais são as suas dúvidas. O que você não aprendeu, deve ser percebido o quanto antes, isto é, a aula seguinte não pode ser desperdiçada por você. É a hora de tirar dúvidas que teve durante as tarefas de casa.

Todo início de aula aprenderemos exercícios mentais para desenvolver a atenção e a tranquilidade interior. Valorize estes momentos e você perceberá muitos benefícios!

Ajude a criar um clima de paz e cooperação na sala de aula. Todos ganharão com isso.

Podemos contar com você? Conte comigo também para que você aprenda cada vez mais e melhor!

• PENSAMENTO ALGÉBRICO

A **aritmética** é o ramo da Matemática que se preocupa das quatro operações, adição, subtração, multiplicação e divisão, com os números. Desde muito cedo aprendemos no colégio a tratar problemas com as quatro operações. Porém, ao iniciarmos o 8º ano estamos preparados para um passo além da aritmética, estamos preparados para a **ÁLGEBRA**. De outra forma, iremos aprender a somar, subtrair, multiplicar e dividir termos algébricos.

Para iniciarmos esse processo, temos de retomar os seguintes conteúdos vistos no 7º ano, que são: os CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE e AS NOÇÕES DE EQUAÇÕES. Também veremos noções de SEQUÊNCIAS COM FIGURAS e SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS, conteúdos importantes para o Ensino Médio. Desta forma, vamos ficar atentos nas aulas de álgebra e lógica.

→ CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

Um número natural é **divisível** por outro quando o resto da divisão de um por outro é igual a zero, ou seja, quando a divisão é exata. Já vimos, no 7º ano, os critérios de divisibilidade por 2, por 3, por 4, por 5, por 6 e por 10. Agora vamos ampliar nossos conhecimentos.

- Divisibilidade por 7: Um número natural é divisível por 7 quando **o dobro do último algarismo, subtraído do número sem o último algarismo, resultar um número divisível por 7..**

Exemplos:

a) 399 é divisível por 7, pois:

$$39 - 2 \times 9 = 39 - 18 = 21, \text{ e sabemos que } 21 \text{ é divisível por } 7.$$

b) 747 não é divisível por 7, pois:

$$74 - 2 \times 7 = 74 - 14 = 60, \text{ e sabemos que } 60 \text{ não é divisível por } 7.$$

- Divisibilidade por 11: Um número natural é divisível por 11 se **a soma dos algarismos de ordem par Sp menos a soma dos algarismos de ordem ímpar Si é um número divisível por 11.**

Exemplos:

a) 5291 é divisível por 11, pois:

Número	5	2	9	1
Ordem	Sp	Si	Sp	Si

$$Sp = 5 + 9 = 14$$

$$Si = 2 + 1 = 3$$

$$\text{Assim, } Sp - Si = 14 - 3 = 11.$$

Como um caso particular, se $Sp - Si = 0$ ou se $Si - Sp = 0$, então o número é divisível por 11.

b) 1254 é divisível por 11, pois:

Número	1	2	5	4
Ordem	Sp	Si	Sp	Si

$Sp = 1 + 5 = 6$
 $Si = 2 + 4 = 6$

Assim, $Sp - Si = 6 - 6 = 0$.

c) 183 não é divisível por 11, pois $Sp = 8$, $Si = 1 + 3$, $Sp - Si = 8 - 4 = 4$ não é divisível por 11.

- Divisibilidade por 13: Um número natural é divisível por 13 quando **o quádruplo (4 vezes) do último algarismo, somado ao número sem o último algarismo, resultar um número divisível por 13.**

a) 559 é divisível por 7, pois:

$55 + 4 \times 9 = 55 + 36 = 91$, e sabemos que 91 é divisível por 13.

b) 765 não é divisível por 13, pois:

$76 + 4 \times 5 = 76 + 20 = 96$, e sabemos que 96 não é divisível por 13.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1. Agora vamos relembrar. Informe os critérios de divisibilidade:
- a) por 2: _____
- b) por 3 : _____
- c) por 4: _____
- d) por 5: _____
- e) por 6: _____
- f) por 10: _____
2. Sem repetir os algarismos, escreva seis números naturais formados por **2, 3 e 7**.

Agora, responda utilizando os critérios de divisibilidade:

- a) Entre esses seis números, qual é divisível por 7?
- b) Acrescentando-se o algarismo 6 ao final dos números obtidos anteriormente, há algum divisível por 11? Qual ou quais?
- c) O número 7241 é divisível por 13? Prove!

3. Qual número das placas abaixo é divisível por 6 e 7 ao mesmo tempo? Justifique!

132

258

336

411

4. Responda.
- a) Qual é o maior número natural com três algarismos que é divisível por 2 e por 13?
- b) Qual é o menor número natural entre 130 e 150 divisível por 7?
5. Sabe-se que o número $x = 1\odot7\ominus$ é divisível por 11. Sabendo que o algarismo representado por $\ominus$ é o quádruplo do algarismo $\odot$, determine o valor de x .
6. Sabe-se que o número de três algarismos $y = 30\bullet^{\ast}\bullet^{\ast}$ é divisível por 7. Determine os possíveis valores de $\bullet^{\ast}$.

SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E SEQUÊNCIAS SIMBÓLICAS!

Na natureza é possível reconhecer diversos padrões matemáticos como por exemplo:

- A sequência de Fibonacci e a concha do caramujo Náutilos;
- Os favos de mel da abelhas e os hexágonos;
- As órbitas dos planetas e a Elipse.

Com isso podemos concluir a importância de se estudar padrões repetitivos para reconhecer as leis que regem o mundo natural.

SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

Definimos, em Matemática, sequência numérica a todo conjunto que possui seus elementos sendo números que obedecem a certos padrões.

Exemplos:

1. Números Naturais: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...}

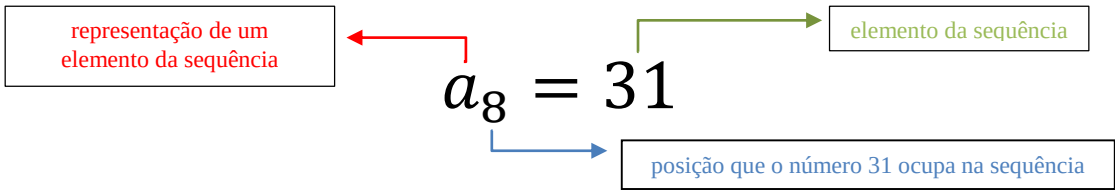
2. Números pares: {2, 4, 6, 8, 10, 12, ...}

3. Múltiplos de 7: {7, 14, 21, 28, 35, 42, ...}

4. Sequência de Fibonacci:
{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...}

Um elemento de uma sequência é representado pelo símbolo a_i , onde i é a posição que o elemento ocupa na sequência. Assim, para a sequência {3, 7, 11, 15, 19, ...}, teremos:

- $a_1 = 3$ significa que o primeiro termo da sequência é o número 3.
- $a_2 = 7$ significa que o segundo termo da sequência é o número 7.
- $a_4 = 15$ significa que o 4º elemento da sequência é o número 15.



➤ Sequências definidas por fórmulas:

Podemos achar os termos de uma sequência sabendo a lei matemática que a define.

Exemplo:

Encontre os 6 primeiros termos (elementos) da sequência que tem seus elementos definidos por $a_n = 3n + 5$, em que n é a posição do termo.

Solução:
Para calcularmos os termos devemos substituir n pela posição desejada.

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 5 = 8$$
$$a_2 = 3 \cdot 2 + 5 = 11$$

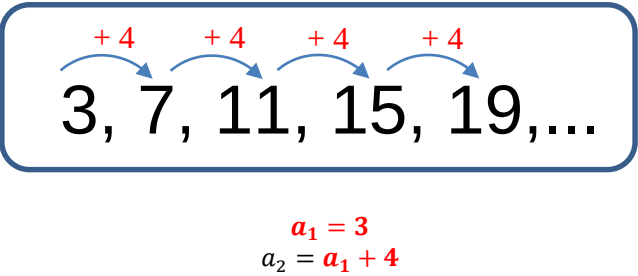
$$a_3 = 3 \cdot 3 + 5 = 14$$
$$a_4 = 3 \cdot 4 + 5 = 17$$

$$a_5 = 3 \cdot 5 + 5 = 20$$
$$a_6 = 3 \cdot 6 + 5 = 23$$

Assim, a sequência gerada pela fórmula $a_n = 3n + 5$, é {8, 11, 14, 17, 20, 23, ...}.

➤ Progressão Aritmética:

Uma Progressão Aritmética é uma sequência numérica que, a partir do segundo termo, somamos um valor constante para obter o próximo termo.
Exemplo:



$$a_3 = a_1 + 4 + 4 = a_1 + 2 \cdot 4$$
$$a_4 = a_1 + 4 + 4 + 4 = a_1 + 3 \cdot 4$$
$$\vdots$$
$$a_{12} = a_1 + 11 \cdot 4$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot 4$$

A fórmula acima é utilizada para saber a posição n de um termo da progressão.
Note que se quisermos achar o 20º termo, devemos multiplicar a razão por 19 e somar o resultado ao 1º termo. Na sequência acima, o número constante é 4. O termo constante é chamado de razão r da sequência. Assim, para a progressão acima $r = 4$.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- 1) As fórmulas abaixo representam sequências numéricas. Determine os 4 primeiros termos para cada uma delas.
- a) $a_n = 2n - 5$
 - b) $a_n = n^2 - 1$
 - c) $a_n = n(n + 1)$
 - d) $a_n = 3n^2 - n$

- 2) Para cada sequência abaixo explique como determinamos cada próximo elemento partindo do primeiro.
- a) $\{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$ _____

 - b) $\{5, 11, 17, 23, 29, \dots\}$ _____

 - c) $\{30, 27, 24, 21, 18, \dots\}$ _____

 - d) $\{17, 12, 7, 2, -3, \dots\}$ _____

O que podemos afirmar sobre as duas primeiras sequências? E sobre as duas últimas?

- 3) Para cada uma das progressões aritméticas abaixo calcule o termo solicitado.
- a) $\{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$, $a_{112} = ?$
 - b) $\{5, 11, 17, 23, 29, \dots\}$, $a_{98} = ?$

- c) $\{30, 27, 24, 21, 18, \dots\}$, $a_{57} = ?$
 - d) $\{17, 12, 7, 2, -3, \dots\}$, $a_{70} = ?$
- 4) Em janeiro de certo ano, João estava ganhando R\$ 70,00 por mês. Seu patrão prometeu aumentar seu salário em R\$ 4,00 todos os meses. Quanto João estará ganhando em dezembro do ano seguinte?
- 5) Um menino tem R\$ 19,00 no seu cofre e, a partir de certo mês, passou a tirar R\$ 0,80 todos os dias para um sorvete.
- a) Organize uma PA mostrando a quantia que resta no cofre após o sorvete diário. Assim:

1º dia - $a_1 = 19$
2º dia - $a_2 =$ _____
3º dia - $a_3 =$ _____
4º dia - $a_4 =$ _____
 - b) Que quantia havia no cofre após o sorvete do 15º dia?
- 6) Um teatro tem 18 poltronas na primeira fila, 24 na Segunda, 30 na terceira e assim na mesma sequência, até a vigésima fila que é a última. Quantas poltronas terá a 20ª fila?

SEQUÊNCIAS SIMBÓLICAS

Muitas vezes observamos uma coleção de objetos, de figuras, que no primeiro momento não parecem tem relação entre si. Porém, ao analisarmos mais detalhadamente notamos que seus elementos se relacionam seguindo um pensamento lógico, geralmente associado a posição que este elemento ocupa no conjunto. Quando isso acontece estamos diante de sequências que podem ser associadas a sequências numéricas.

Veja a sequência de pontos abaixo.



Podemos associar a primeira figura ao elemento $a_1 = 2 = 2 \times 1$, o segundo elemento ao $a_2 = 4 = 2 \times 2$, o terceiro ao $a_3 = 6 = 2 \times 3$ e assim por diante. Assim, se quisermos saber quantos pontos terá uma figura que ocupe uma posição p basta multiplicar $p \times 2$, ou seja, $2p$. Então, se n for o número de pontos, teremos $n = 2p$, onde p será a posição que ocupa a figura.

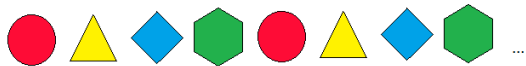
A figura que ocupa a 32ª posição terá 64 pontos, ou seja:

$p = 32$, substituindo na fórmula $n = 2p$, teremos:

$$n = 2 \times 32 = 64 \text{ pontos}$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) As figuras abaixo representam uma sequência. Cada figura é um elemento da sequência.



a) Qual é o 10º elemento da sequência? Por quê?

b) Sem desenhar, qual é o 20º elemento da sequência? Por quê?

c) Qual figura estaria na 15ª posição? E na 19ª posição? Você conseguiria dizer em quais outras posições estaria essa mesma figura?

2) Observe as figuras abaixo e responda às questões propostas.



a) Continuando a sequência acima, desenhe a próxima figura.

b) Desenhe agora a 5ª figura. Quantos pontos ela tem?

c) Qual a quantidade de pontos da 6ª figura? Por quê?

d) Qual a quantidade de pontos da 20ª figura? Por quê?

e) Para organizar os dados obtidos complete a tabela a seguir. Na última linha da tabela

você deverá introduzir uma expressão algébrica.

Posição da figura	Número de pontos
1	3
2	
3	
4	
5	
6	
...	...
20	
...	
n	

3) Sara construiu uma sequência de figuras utilizando pequenos azulejos brancos e cinzentos, dispostos do seguinte modo:



Responda as perguntas seguintes, apresentando seu raciocínio por palavras, esquemas, cálculos, ou símbolos.

a) Represente a 5.ª e a 6.ª figuras dessa sequência.

b) Quantos azulejos tem, no total, a 50ª ?

c) Que posição ocupa a figura que tem, no total, 81 azulejos?

d) Complete a tabela a seguir para organizar os dados.

Número da figura	Número de azulejos cinzentos	Número de azulejos brancos	Número total de azulejos
1			
2			
3	8	7	15
4			
5			
6			
...			
n			